

# 1. El modelo de Información Imperfecta de Lucas

La idea central del modelo de **Lucas y Phelps** es que cuando un productor **observa** cambios en el **precio** de sus bienes, **no sabe** si refleja un cambio en el **precio relativo** de su producto o un cambio en el nivel **agregado** de **precios**.

Un cambio en el **precio relativo** altera la cantidad **optima** de producción. Un cambio en el nivel **agregado** de precios **no** modifica la **producción** optima.

Cuando el **precio** del productor **aumenta**, hay cierta **probabilidad** de que sea un cambio en el nivel **general** de **precios** y cierta **probabilidad** que sea un cambio en el **precio relativo** del producto.

La **respuesta optima** del productor es atribuir una **parte** del cambio al nivel **general** de precios y una **parte** del cambio al **precio relativo**, y por consiguiente **aumentar** un poco su **producción**.

Esto implica que la curva de **oferta agregada** tiene pendiente **positiva**: Cuando el nivel **general** de **precios aumenta**, todos los productores observan un **aumento** del **precio relativo** de sus productos (sin saber que es un aumento del nivel general de precios) y la **producción agregada aumenta**.

El modelo tiene **individuos** que producen sus bienes con su **propio trabajo**, venden sus productos en un **mercado competitivo** y utilizan sus **ingresos** para comprar los productos de **otros productores**.

El modelo tiene **dos** tipos de **shocks**. El primero es un cambio aleatorio en la **preferencias** que cambian la **demanda relativa** de los distintos bienes. Estos shocks llevan a cambios en el **precio relativo** y la **producción relativa** de diferentes bienes.

El segundo **shock** es un cambio en la **oferta de dinero** y por ende en la **demanda agregada**. Cuando estos shocks son **observados**, solo cambian el nivel **agregado** de **precios** y **no** tienen efectos **reales**. Pero cuando

no son observados, llevan a cambios en el nivel agregado de precios y en la producción agregada.

## 1.1. El caso con información perfecta

### 1.1.1. El comportamiento de los productores

Supuestos:

- Hay muchos bienes en la economía.
- **Productor representativo** de un bien  $i$ . La función de producción es

$$Q_i = L_i \quad (1)$$

donde  $L_i$  es la cantidad de **trabajo** del individuo y  $Q_i$  es la cantidad que **produce**.

- El **consumo** del individuo es

$$C_i = \frac{P_i Q_i}{P} \quad (2)$$

donde  $P_i Q_i$  es el **ingreso nominal** y  $P$  es el **precio** de la **canasta** de bienes. Esta ecuación también se podría expresar como que el consumo nominal tiene que ser igual al ingreso nominal, es decir  $PC_i = P_i Q_i$ .

- La **utilidad** depende positivamente del **consumo** y negativamente de la cantidad **trabajada**:

$$U_i = C_i - \frac{1}{\gamma} L_i^\gamma \quad (3)$$

donde  $\gamma > 1$ .

Por lo tanto hay una **utilidad marginal constante** del consumo y una **desutilidad marginal creciente** de trabajar.

**Problema de maximización cuando  $P$  es conocido:**

Substituimos la ecuación 2 y la ecuación 1 en la ecuación 3. Por ende,

$$U_i = \frac{P_i L_i}{P} - \frac{1}{\gamma} L_i^\gamma \quad (4)$$

Los mercados son competitivos, por eso el individuo elige  $L_i$  para **maximizar** la **utilidad** tomando  $P_i$  y  $P$  como dados.

La condicion de **primer orden** es

$$\frac{P_i}{P} - L_i^{\gamma-1} = 0 \quad (5)$$

despejando

$$L_i = \left(\frac{P_i}{P}\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (6)$$

Si tomamos **logaritmo** natural y los simbolizamos con letras minusculas

$$l_i = \frac{1}{\gamma-1}(p_i - p) \quad (7)$$

Por lo tanto la **oferta laboral** del individuo y la produccion son **crecientes** en el precio relativo de sus productos.

### 1.1.2. Demanda

La **demanda** de un determinado **bien** depende de:

- el **ingreso real**
- el **precio relativo** del producto
- un **shock** aleatorio sobre las **preferencias**

La **demanda** es:

$$q_i = y + z_i - \eta(p_i - p) \quad (8)$$

donde  $q_i$  es la **demanda** por productor del bien  $i$ ,  $y$  es el logaritmo del **ingreso** real,  $z_i$  es un **shock** sobre la demanda del bien  $i$  y  $\eta > 0$  es la **elasticidad** de la demanda de cada bien.

Los  $z_i$  tienen **media 0** sobre todos los bienes, por lo tanto son puramente shocks de demanda relativa.

El **ingreso** real es igual al **promedio** de la demanda de cada bien

$$y = \bar{q}_i \quad (9)$$

El **precio general** es igual al **promedio** de los precios de cada bien

$$p = \bar{p}_i \quad (10)$$

### 1.1.3. Equilibrio

**Equilibrio** en el mercado del bien  $i$  se da cuando la **demanda** por **productor** es igual a la **oferta**. Tomando las ecuaciones 7 y 8:

$$\frac{1}{\gamma - 1}(p_i - p) = y + z_i - \eta(p_i - p) \quad (11)$$

resolviendo por  $p_i$  obtenemos

$$p_i = \frac{\gamma - 1}{1 + \eta\gamma - \eta}(y + z_i) + p \quad (12)$$

Este es el precio de equilibrio del bien  $i$  que depende positivamente del ingreso real ( $y$ ), positivamente del shock aleatorio en las preferencias ( $z_i$ ) y positivamente del nivel general de precios ( $p$ ).

Ahora lo que deseamos conocer es cual es el valor de equilibrio de  $y$  y  $p$ . Para ello tomamos el promedio a la ecuacion 12 y obtenemos

$$p = \frac{\gamma - 1}{1 + \eta\gamma - \eta}y + p \quad (13)$$

donde hemos utilizado el hecho que el promedio de los  $z_i$  son 0.

La ecuacion 13 significa que el valor de **equilibrio** de  $y$  es:

$$y = 0 \quad (14)$$

Note que como el **logaritmo** del producto es 0, el **nivel** del producto de equilibrio es 1. Notar tambien que la funcion de produccion depende del trabajo ( $Q_i = L_i$ ), y que hemos normalizado el nivel de pleno empleo como  $L_i = 1$ , es decir el pleno empleo, ya sea 40hs. semanales de trabajo o 20 dias de trabajo por mes, es igual a 1.

### 1.1.4. Determinacion del nivel de precios

Hasta ahora tenemos que la oferta agregada es  $y = 0$ , pero no sabemos cual es el nivel de precios. Es mas, el nivel de precios es una variable indeterminada si no introducimos una ecuacion adicional. Es por ello que para determinar cual es el nivel de precios  $p$  necesitamos incluir una ecuacion adicional. La ecuacion que introducimos es

$$y = m - p \quad (15)$$

donde la ecuacion 15 tiene varias **interpretaciones**. Segun el libro de Romer la interpretacion es que **simplemente** es una manera de **modelar** la demanda agregada: La **demanda agregada** tiene una **relacion inversa** con el nivel de **precios** y  $m$  es una **variable** que **afecta** a la demanda agregada.

$m$  se puede tambien interpretar como el **stock de dinero**, y por ende como una variable que representa la **politica monetaria** del gobierno.

Sin embargo, una interpretacion mas correcta seria que esta ecuacion surge de la necesidad de incorporar el dinero al modelo, ya que hasta el momento el dinero no cumple ningun rol. Entonces una manera de hacerlo es introducir el dinero por su funcion de permitir que las transacciones se realicen. Es decir, necesitamos dinero porque todos los productos los tenemos que pagar con una determinada cantidad de dinero. Estariamos introduciendo la ecuacion de la Teoria Cuantitativa del dinero pero con una velocidad de circulacion de 1. O sea,  $PY = M$  o  $p+y = m$  y despejando tenemos  $y = m-p$ . Mas adelante analizaremos una critica a esta metodologia.

Tomando las ecuaciones 14 y 15 tenemos que

$$p = m \tag{16}$$

Por lo tanto, concluimos que el **dinero** es **neutral** en este modelo: un **incremento** de  $m$  lleva simplemente a que los  $p_i$  **augmenten** en la misma proporcion y por lo tanto en un incremento en la **misma proporcion** en el nivel **general** de precios  $p$ . Por lo tanto, **ninguna** variable **real** se ve afectada. Es decir, una politica monetaria expansiva solo implica un aumento de precios y no de cantidades producidas. Esto lo podemos observar en el grafico 1

## 1.2. El caso con informacion imperfecta

Los productores observan el **precio de sus productos** pero **no el precio agregado**.

### 1.2.1. El comportamiento de los productores

Podemos escribir el **precio del bien  $i$**

$$\begin{aligned} p_i &= p + (p_i - p) \\ &\equiv p + r_i \end{aligned} \tag{17}$$

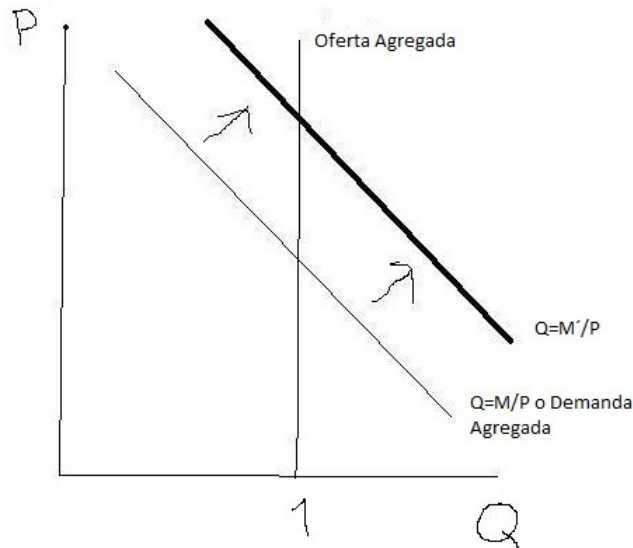


Figura 1: La curva de la oferta agregada vertical y la neutralidad del dinero

donde  $r_i \equiv p_i - p$  es el **precio relativo** del bien  $i$ .

El productor desearia **basar** sus **decisiones** de produccion en  $r_i$ . Pero el productor **no observa**  $r_i$  y lo tiene que **estimar dada** la observacion de  $p_i$ .

Por lo tanto, la **ecuacion 7** se convierte en

$$l_i = \frac{1}{\gamma - 1} E[r_i | p_i] \tag{18}$$

**Estimacion de  $E[r_i | p_i]$**

Suponemos que  $E[r_i | p_i]$  es **estimado** de manera **racional**, es decir suponemos que es la **verdadera esperanza de  $r_i$**  dado  $p_i$  y dado las **verdaderas distribuciones conjuntas** de las dos variables. Es decir, suponemos expectativas racionales.

NOTAR SOBRE LA DEFINICION DE EXPECTATIVAS RACIONALES:

Las **distribuciones a priori** (antes de la experiencia) son **comunes** a todos los agentes y las distribuciones a priori son iguales a las **distribuciones a posteriori (objetivas)**.

Esto significa que si los **agentes** con expectativas racionales tienen **diferentes creencias** es porque han recibido **diferentes señales o información**. Los agentes **entienden perfectamente** como funciona el **mercado**, el **mundo conjeturado** (o propuesto) es el **mundo verdadero**.

Suponemos que:

- Los shocks monetarios  $m$  y los shocks de demanda de cada bien  $z_i$  están **distribuidos normalmente**.
- $m$  tiene una **media** de  $E[m]$  y una **varianza**  $V_m$ .
- $z_i$  tienen una **media** de 0 y una **varianza** de  $V_z$  y son **independientes** de  $m$

Estos supuestos implican que  $p$  y  $r_i$  están **normalmente distribuidos** y son **independientes**.

Y como  $p_i$  es igual a  $p + r_i$  también es **normal**. Su **media** es la **suma** de las **medias de  $p$  y  $r_i$**  y su varianza es la suma de sus varianzas, donde  $E(p_i) = E(p) + E(r_i) = E(p)$ , ya que  $E(r_i) = 0$ . Esto se ve claramente si tenemos en cuenta la ecuación 12 y resolvemos  $E(r_i) = E(p_i - p) = E(p_i) - E(p) = E(p) - E(p) = 0$ .

Dado estos supuestos, tenemos que

$$E[r_i|p_i] = \frac{V_r}{V_r + V_p}(p_i - E[p]) \quad (19)$$

Notar que  $E[r_i|p_i]$  es el **valor esperado** de  $r_i$  **dado** que observo  $p_i$ , que **no** es lo **mismo** que  $E[r_i]$ , es decir el valor esperado de  $r_i$  **independiente** del valor observado de  $p_i$ . En otras palabras,  $E[r_i|p_i]$  es el valor esperado del precio relativo del bien  $i$  cuando el productor ya conoce el precio de su producto  $i$  (pero no conoce el valor de  $p$  y por ende no conoce  $r_i$ ).

Esta ecuación es intuitiva:

- Si  $p_i$  es igual a su media ( $p_i = E(p)$ ),  $E[r_i|p_i] = 0$ , que es su **media**.
- si  $p_i$  es mayor a su media ( $p_i > E(p)$ ),  $E[r_i|p_i] > 0$ , que es **mayor** a su media. Y si  $p_i$  es menor a su media ( $p_i < E(p)$ ),  $E[r_i|p_i] < 0$ , que es **menor** a su **media**. En otras palabras, si observo que el precio de mi bien esta por encima de su valor esperado es logico pensar que su precio relativo es superior al valor esperado del precio relativo.
- La **desviación** de  $p_i$  de su **media**, que se estima ser por **causa** de la **desviación** de  $r_i$  de su **media**, es  $V_r/V_r + V_p$ . Si  $V_p = 0$ , toda la **varianza** de  $p_i$  se debe a  $r_i$ , y por lo tanto  $E[r_i|p_i] = (p_i - E[p])$ .

Si **substituimos** la **ecuacion 19** en la ecuacion **18**, obtenemos la **oferta laboral del individuo**

$$\begin{aligned} l_i &= \frac{1}{\gamma - 1} \frac{V_r}{V_r + V_p} (p_i - E[p]) \\ &\equiv b(p_i - E[p]) \end{aligned} \tag{20}$$

Si tomamos el **promedio** a traves de los productores (y utilizamos la definicion de  $y$  y  $p$ ), obtenemos una expresion del **producto total**

$$y = b(p - E[p]) \tag{21}$$

Esta es la **Curva de Oferta de Lucas** y dice que la **distancia** del producto de su **nivel normal** (que es cero en este modelo) es una funcion **creciente** de la **sorpresa** en el nivel de **precios**.

Nos dice que el **producto** está por **encima** del nivel **normal** solo si la **inflacion** esta por **encima** de la **inflacion esperada**.

La curva de oferta de Lucas nos da fundaciones microeconomicas para esta vision de la oferta agregada.

Como se observa en el grafico 2 la Curva de Oferta de Lucas tiene pendiente positiva.

### 1.2.2. Equilibrio

Combinando la **curva de oferta de Lucas** (ecuacion 21) con la **ecuacion de del dinero o demanda agregada**  $y = m - p$  (ecuacion 15), y resolviendo por  $p$  y  $y$ , obtenemos



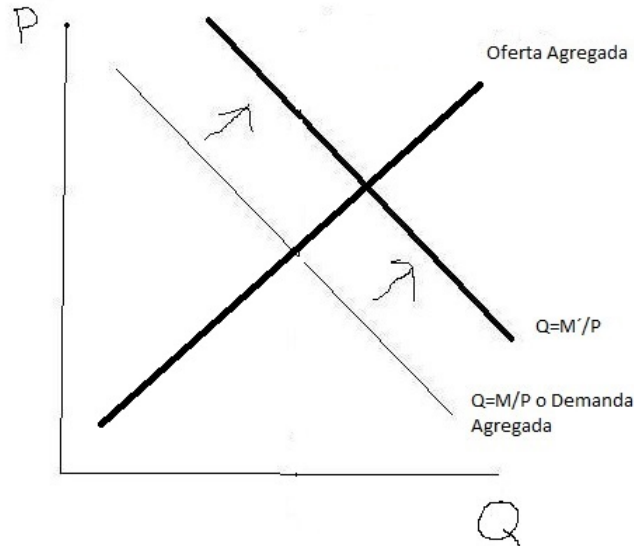


Figura 2: La curva de la oferta agregada con pendiente positiva

$$p = \frac{1}{1+b}m + \frac{b}{1+b}E[p] \quad (22)$$

$$y = \frac{b}{1+b}m - \frac{b}{1+b}E[p] \quad (23)$$

Podemos utilizar la ecuacion 22 para **encontrar**  $E[p]$ . **Ex post**, despues de que  $m$  es **observada**, los dos lados de la ecuacion **22** son iguales. Notar que este supuesto implica un ajuste inmediato de  $p$  respecto al valor observado de  $m$ , la característica Walrasiana del modelo de Lucas.

Por lo tanto, **ex ante**, antes que  $m$  es observada, la **esperanza** de los dos lados es **igual**. Tomando la esperanza de los dos lados de la ecuacion 22 obtenemos

$$E[p] = \frac{1}{1+b}E[m] + \frac{b}{1+b}E[p] \quad (24)$$

resolviendo por  $E[p]$  obtenemos

$$E[p] = E[m] \quad (25)$$

Utilizando la ecuación **25** y el hecho que  $m = E[m] + (m - E[m])$ , podemos **reescribir** las ecuaciones **22** y **23** como

$$p = E[m] + \frac{1}{1+b}(m - E[m]) \quad (26)$$

$$y = \frac{b}{1+b}(m - E[m]) \quad (27)$$

Las ecuaciones **26** y **27** muestran las **consecuencias** centrales del modelo:

- El componente de la **demanda agregada** que es **observado**,  $E[m]$ , afecta únicamente los **precios**.
- El componente de demanda agregada que **no es observado**,  $m - E[m]$ , tiene **efectos reales**.

#### **Incremento no observado de $m$**

Consideremos, por ejemplo, un **incremento no observado de  $m$** , este incremento aumenta la demanda agregada (o el dinero) y por lo tanto genera un **incremento en la demanda de cada productor**.

Como el **incremento no es observado**, la mejor **adivinanza** de cada **productor** es que cierta **proporción** del aumento de la demanda de su bien refleja un shock en el **precio relativo**. Por lo tanto, los productores **aumentan su producción**.

#### **Incremento observado de $m$**

El efecto de un incremento observado de  $m$  es muy distinto. En este caso, los productores asignan el incremento de la demanda de sus bienes totalmente al incremento de la demanda agregada (o del dinero) y por lo tanto **no cambian su producción**.

Un incremento observado de  $m$  no altera la producción.

### 1.3. Consecuencias y limitaciones

#### 1.3.1. La curva de Phillips y la critica de Lucas

El modelo de Lucas implica que **realizaciones inesperadamente** altas de la demanda agregada (o del dinero) llevan tanto a un **producto mas alto** y un **nivel de precios mayor** al esperado.

Esto significa que hay una **relacion positiva entre produccion e inflacion**.

Supongamos, por ejemplo, que  $m$  es una random walk con tendencia

$$m_t = m_{t-1} + c + u_t \quad (28)$$

donde  $u_t$  es ruido blanco.

Esta especificacion implica que

$$E[m_t] = m_{t-1} + c \quad (29)$$

y que el componente inobservado de  $m_t$  es  $u_t$ .

Por lo tanto, de las ecuaciones 26 y 27 obtenemos

$$p_t = m_{t-1} + c + \frac{1}{1+b}u_t \quad (30)$$

$$y_t = \frac{b}{1+b}u_t \quad (31)$$

La ecuacion 30 implica que

$$p_{t-1} = m_{t-2} + c + \frac{1}{1+b}u_{t-1} \quad (32)$$

y por lo tanto la tasa de inflacion es (medida como el cambio en el logaritmo natural del nivel de precios  $\ln P_t - \ln P_{t-1} = \pi_t$ ):

$$\begin{aligned} \pi_t &= (m_{t-1} - m_{t-2}) + \frac{1}{1+b}u_t - \frac{1}{1+b}u_{t-1} \\ &= c + \frac{b}{1+b}u_{t-1} + \frac{1}{1+b}u_t \end{aligned} \quad (33)$$

Noten que  $u_t$  aparece tanto en 31 como en 33 con un signo positivo y que  $u_t$  y  $u_{t+1}$  no estan correlacionadas.

Esto implica que el producto y la inflacion estan positivamente correlacionados.

Intuitivamente, un incremento inesperado de la tasa de crecimiento del dinero genera, a traves de la curva de oferta de Lucas, un incremento en los precios y en el producto.

Por lo tanto, este modelo implica una relacion positiva entre produccion e inflacion - una curva de Phillips.

Sin embargo, la relacion positiva entre la produccion y la inflacion, no significa que existe un trade-off entre produccion e inflacion.

Supongamos que los hacedores de polticas publicas deciden aumentar la tasa de crecimiento promedio del dinero (o sea, aumentar  $c$  en la ecuacion 28). Si el cambio no es publicamente conocido, hay un intervalo cuando el crecimiento inobservado del dinero es positivo, y el producto esta por lo tanto por sobre lo normal.

Una vez que los individuos han determinado que el cambio ocurrio, el crecimiento inobservado del dinero es nuevamente en promedio cero, y por lo tanto el producto real promedio no cambia.

Si el incremento en la tasa de crecimiento del dinero es conocido, la tasa de crecimiento esperado del dinero aumenta inmediatamente y no existe ni siquiera un breve periodo de produccion alta.

### **La critica de Lucas**

Las expectativas son importantes tambien para otras relaciones entre variables agregadas, y cambios en las politicas publicas afectaran estas expectativas.

Si los hacedores de politicas publicas tratan de tomar ventaja de las relaciones entre las variables agregadas, efectos operando via las expectativas

pueden llevar a que se quiebren estas relaciones.

Esta es la famosa crítica de Lucas.

### **1.3.2. Política de estabilización**

El resultado que solo los shocks inobservados de la demanda agregada tiene efectos reales tiene consecuencias importantes:

La política monetaria puede estabilizar el producto solo si los hacedores de políticas públicas tienen información que no está disponible para los agentes privados.

Cualquier política pública que sea una respuesta a información pública no tendrá ningún efecto (como la tasa de desempleo u otros indicadores líderes). Es decir, reglas sistemáticas de políticas públicas no pueden estabilizar la producción.

Además, si el gobierno tiene información que los agentes privados no tienen, puede estabilizar el producto simplemente anunciando esa información al público.

Una conclusión que se desprende de esta discusión es que lo único que se logrará con un banco central en manos de políticos es una mayor inflación sin mayor producción y menor desempleo. Por ello es mejor que el banco central sea independiente y que su único objetivo sea lograr una inflación baja. Esto es óptimo en el modelo. Incluso es lo mejor para los agentes porque la mayor producción es subóptimo, consecuencia de un engaño de producir más de lo que en realidad desean.

### **1.3.3. Dificultades**

El primer problema es que las fluctuaciones en el empleo en el modelo de Lucas (como en los modelos de Ciclos Económicos Reales), se debe a cambios en la oferta laboral como consecuencia de cambios en los incentivos a trabajar.

Es decir, que para generar fluctuaciones importantes en el empleo, es necesario una alta elasticidad en la oferta laboral de corto plazo.

La evidencia empirica indica que esto no es asi.

El segundo problema es el supuesto de informacion imperfecta. En economias modernas, informacion de alta calidad sobre cambios de los precios es publicada con intervalos cortos de tiempo. Por eso, es dificil ver porque los productores actuan con informacion erronea sobre precios relativos y precios agregados. Esto se acentua cuando, encima, se incorporan las expectativas racionales. Es decir, hay informacion imperfecta pero solo en el sentido que los agentes no saben cual es el precio agregado; no hay ninguna duda acerca de como funciona la economia (el modelo) o como se distribuyen las variables del modelo (no hay incertidumbre acerca del modelo). En otras palabras, el modelo asume informacion imperfecta acerca del precio agregado pero asume que hay expectativas racionales, que requiere informacion infinitamente mayor y mas compleja que conocer el precio agregado.

La tercer critica al modelo de Lucas es que es un modelo Walrasiano, donde los precios y cantidades se ajustan instantaneamente a los nuevos valores de equilibrio. La economia pasa de un equilibrio instantaneamente a otro equilibrio de pleno empleo. En realidad no hay desempleo involuntario ya que los productores deciden optimamente cuanto trabajar y producir y cuanto ocio desean tener. Producir una mayor cantidad al optimo seria suboptimo porque el productor estaria trabajando mas de lo que desea y tendria menos ocio de lo que desea. Si algun productor no trabaja es porque asi lo desea, no porque no pudo producir o vender su produccion.

La cuarta critica tiene que ver con que en realidad en el modelo no hay ningun rol para el dinero y el credito. En el modelo no hay necesidad de dinero y credito para efectivizar los planes de produccion e inversion de las empresas. Es decir, el modelo de Lucas no explica porque, en la realidad, las empresas necesitan fondos liquidos para financiar sus proyectos de inversion. Es decir, la relacion entre el sistema financiero, el credito y la moneda y la produccion e inversion no son tenidos en cuenta en este modelo. En realidad se impone la idea de la necesidad del dinero por cuestiones transaccionales, pero no se lo modela sino que se lo supone. En el modelo primero se resuelve cuanto es la cantidad optima de produccion, luego se introduce la ecuacion del dinero y se supone, sin modelar, que el dinero es necesario para realizar las transacciones. En realidad el modelo no necesita el dinero para realizar

las transacciones porque el subastador walrasiano ya anuncio cuales son los precios relativos y las cantidades optimas a producir y quienes son los demandandes y oferentes de cada producto. Se podria perfectamente resolver las transacciones con trueque. Esto es grave ya que uno de los resultados centrales del modelo es que el dinero es neutral, pero al mismo tiempo el dinero no tiene ningun rol en el modelo.